Prof. Dr. Alfred Toth

Kleine qualitative Arithmetik der Zeichenzahlen

1. In seiner Konzeption einer qualitativen semiotischen Mathematik, die sich hinter der erst 1980 eingeführten Relation der Primzeichen verbirgt (vgl. Bense 1981, S. 17 ff.), nimmt Bense folgende Abbildungen zwischen den Zeichenzahlen und ihren Qualitäten vor, die wir hier in der Form von Sätzen formulieren (vgl. Toth 2016).

1.2.1. Qualitäten (1) werden kardinal gezählt.

1.2.2. Objekte (2) werden ordinal gezählt.

1.2.3. Konnexe (3) werden relational gezählt.

2. Da die peircesche Basisrelation

$Z = (1, 2, 3)$

lautet, gilt also für die qualitative Ordnungsrelation

$K < O < R$.

2.1.1. Für simpliziale Zahlen

$1 < 2 < 3$

2.1.2. Für komplexe Zahlen

2.1.2.1. Für kategorial homogene Zahlen

$1.1 < 2.2 < 3.3$

2.1.2.2. Für kategoriale inhomogene Zahlen

2.1.2.2.1. Trichotomien

$1.1 < 1.2 < 1.3$

$2.1 < 2.2 < 1.3$

$3.1 < 3.2 < 3.2$

2.1.2.2.2. Triaden

$1.1 < 2.1 < 3.1$

$1.2 < 2.2 < 3.2$

$1.3 < 2.3 < 3.3$

2.1.2.2.3. Trichotomische Triaden und triadische Trichotomien

$1.2 < 2.1 \mid 2.1 > 1.2$

$1.3 < 3.1 \mid 3.1 > 1.3$

$2.3 < 3.2 \mid 3.2 > 2.3$

Daraus erhalten wir folgenden

SATZ. Die Anordnungsaxiome sind für qualitative Zeichenzahlen gültig.

3. Die quantitativen Grundrechenarten sind für qualitative Zeichenzahlen ungültig. Es gelten die folgenden Sätze der Verbandstheorie.

3.1. Qualitative Addition

$1 \oplus 1 = 1$

$1 \oplus 2 = 2 = 2 \oplus 1$

$1 \oplus 3 = 3 = 3 \oplus 1$

$2 \oplus 3 = 3 = 3 \oplus 2$

$1 \oplus 3 = 3 = 3 \oplus 1.$

3.2. Qualitative Subtraktion

$3 \ominus 1 = 1$

$3 \ominus 2 = 2$

$3 \ominus 3 = 3$

$1 \ominus 1 = 1 \ominus 2 = 1 \ominus 3 = 1.$

4. Für die komplexen qualitativen Zahlen ist zwischen den folgenden mengentheoretischen Inklusionen zu unterscheiden

$K < O$, $O < R$, $K < R$

$K < (O < R)$.

Für den zweiten Fall gilt für Zahlen der Form $P = \langle x.y \rangle$ ein Gesetz der konstanten oder steigenden y-Werte bei fallenden x-Werten.

Z.B. gilt für die nicht-inklusiven Fälle

(1.1, 1.2), (1.2, 1.3), (1.1, 1.3)

(1.2, 1.1), (1.3, 1.2), (1.3, 1.1),

aber für die inklusiven Fälle gelten davon nur

(1.1, 1.2), (1.2, 1.3), (1.1, 1.3).

Es handelt sich hier natürlich um nichts anderes als um das peircesche Gesetz der inklusiven trichotomischen Ordnung bei Zeichenklassen bzw. Realitätsthematiken. Daher gelten Zeichenklassen wie z.B. (3.1, 2.1, 1.1) oder (3.1, 2.2, 1.2) als regulär, solche wie z.B. (3.2, 2.1, 1.1) oder (3.2, 2.1, 1.2) jedoch nicht. Es sei jedoch hervorgehoben, daß es weder vom Standpunkt der quantitativen noch von demjenigen der qualitativen Arithmetik Gründe gibt, welche dieses Gesetz rechtfertigen.

Literatur

Bense, Max, Die Einführung der Primzeichen. In: Ars Semeiotica 3/3, 1980, S. 287-294

Bense, Max, Axiomatik und Semiotik. Baden-Baden 1981

Toth, Alfred, Die qualitative Zahl des Zeichens. In: Electronic Journal for Mathemtical Semiotics, 2016

4.7.2016